

Beschreibungen der Kompetenzstufen für die verschiedenen inhaltlichen Kompetenzen im Fach Mathematik

Im Folgenden werden die inhaltlichen Kompetenzstände auf den jeweiligen Stufen für den Inhaltsbereich Zahlen und Operationen sowie Muster und Strukturen beschrieben.¹ Die Stufenbeschreibung wurde vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) in Berlin vorgenommen.

Beschreibung der Kompetenzstufen in Mathematik (Zahlen und Operationen)

Stufe I: Technische Grundlagen (Routineprozeduren auf Grundlage einfachen begrifflichen Wissens)

Alle Grundaufgaben des kleinen Einpluseins und Einmaleins werden beherrscht. Kleinere Zahlen können halbschriftlich addiert und subtrahiert werden. Das Verfahren der schriftlichen Addition wird erfolgreich bei zwei Summanden verwendet. Die schriftliche Subtraktion wird sicher ausgeführt, wenn kein Übertrag zu berücksichtigen ist. Der Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion wird bei einfachen Rechnungen genutzt. Bereits aus den ersten Schuljahren bekannte Strategien wie etwa das Verdoppeln werden auch in größeren Zahlenräumen angewendet. Einfache Zahlen wie Hunderter- oder Tausenderzahlen können am Zahlenstrahl bei gegebener Skalierung dargestellt und in Bezug auf ihre Größe verglichen werden.

Stufe II: Einfache Anwendungen von Grundlagenwissen (Routineprozeduren in einem klar strukturierten Kontext)

Die Struktur des Dezimalsystems wird beim Umgang mit Zahlen in verschiedenen Darstellungen genutzt. Gesetzmäßigkeiten werden erkannt und bei der Fortsetzung einfacher Zahlenfolgen sowie beim strukturierten Zählen berücksichtigt. Aufgaben zur Addition, Subtraktion und Multiplikation werden halbschriftlich und schriftlich durchgeführt. Einfache Überschlagsrechnungen werden gemacht und auch zur Bestimmung der Größenordnung von Ergebnissen herangezogen. Einfache Rechenaufgaben können durch systematisches Probieren gelöst werden. In Bezug auf die Grundrechenarten werden grundlegende mathematische Begriffe (z. B. „Summe“) korrekt benutzt. Die Grundrechenarten werden in einfachen Sachsituationen angewendet.

Stufe III: Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten (mathematischen und sachbezogenen) Kontext

Zahlen werden im curricularen Umfang in unterschiedlichen Darstellungen (z. B. in einer Stellenwerttafel) sicher gelesen und geschrieben. Alle halbschriftlichen und schriftlichen Rechenverfahren werden beherrscht, wobei die Division auf einstellige Divisoren beschränkt

¹ Die Beschreibungen wurden dem Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) in Berlin entnommen. Das gesamte Modell ist auf der Seite https://www.iqb.hu-berlin.de/bista?reg=r_4 abrufbar.

ist. Grundaufgaben des mündlichen Rechnens werden auch in nicht vertrautem Kontext angewendet. Überschlagsrechnungen werden selbst bei großen Zahlen sicher durchgeführt, Zahlen werden sinnvoll gerundet. Die Beziehungen zwischen Addition und Subtraktion bzw. Multiplikation und Division werden erkannt. Einfache strukturelle Aspekte werden bei gut geübten Inhalten gesehen und können kommuniziert werden (z. B. im Zusammenhang mit den Einmaleinsreihen). Im curricular gegebenen Zahlenraum werden einfache Sachsituationen modelliert und die damit verbundenen Problemstellungen gelöst.

Stufe IV: Sicheres und flexibles Anwenden von begrifflichem Wissen und Prozeduren im curricularen Umfang

Das Rechnen wird im curricularen Umfang bei allen Rechenarten und in allen Varianten sicher beherrscht, wobei die schriftliche Division einbezogen ist. Die Eigenschaften des Dezimalsystems werden genauso sicher und systematisch genutzt wie die Beziehungen zwischen Operationen. Diese Kenntnisse werden bei der Untersuchung von Zahlenfolgen angewendet, in denen beispielsweise auch Fehler erkannt und begründet werden. Die Rechenverfahren werden flexibel kombiniert, wobei Rechnungen auch mehrere Schritte umfassen können, geeignet geschätzt bzw. gerundet wird und Lösungsstrategien wie das systematische Probieren auch bei komplexeren Rechenwegen und Gleichungen genutzt werden. Rechenregeln sind explizit bekannt und können sinnvoll angewendet werden. Das begriffliche Wissen umfasst auch speziellere Fachbegriffe und kann sicher verwendet und kommuniziert werden. Komplexe Sachsituationen werden geeignet modelliert, rechnerisch korrekt bearbeitet und ihre Lösungen angemessen dargestellt.

Stufe V: Modellierung komplexer Probleme unter selbstständiger Entwicklung geeigneter Strategien

Schwierigere mathematische Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen korrekt gelöst werden. Mathematische Eigenschaften wie etwa die Zerlegbarkeit natürlicher Zahlen in Faktoren werden für Problemlösungen genutzt. Auch schwierige Gleichungen werden auf dieser Grundlage bearbeitet bzw. durch systematisches Probieren gelöst. Komplexe Sachsituationen werden modelliert und die damit verbundenen rechnerischen Probleme korrekt bearbeitet. Besondere Aspekte wie das Rechnen mit Bruchzahlen oder das Rechnen mit Zahlen in Kommaschreibweise stellen keine Hürde dar.

Beschreibung der Kompetenzstufen in Mathematik (Muster und Strukturen)

Stufe I: Technische Grundlagen (Routineprozeduren auf Grundlage einfachen begrifflichen Wissens)

Es werden sehr einfache Gesetzmäßigkeiten in Mustern erkannt, die auf geometrischen Grundformen bzw. vertrauten numerischen Zusammenhängen („leichte“ Einmaleinsreihen) beruhen. Zahldarstellungen in Stellentafeln werden auch bei größeren Zahlen sicher gelesen.

Stufe II: Einfache Anwendungen von Grundlagenwissen (Routineprozeduren in einem klar strukturierten Kontext)

Bei einfachen, bildlich oder numerisch gegebenen Folgen wird die Grundstruktur des Musters erkannt (z. B. fortgesetzte Addition einer kleinen Zahl). Diese Grundstruktur bzw. Gesetzmäßigkeit kann auch begründet werden. Zahlen werden in Stellenwerttafeln sicher dargestellt. Einfache proportionale Zuordnungen (wie etwa das Verdoppeln) werden erkannt und angewendet.

Stufe III: Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten (mathematischen und sachbezogenen) Kontext

Gesetzmäßigkeiten bei Mustern werden erkannt und Muster entsprechend fortgesetzt. Dabei werden analytische Fähigkeiten genutzt, sodass die Bestimmung eines beliebigen Elements an einer vorgegebenen Stelle auch ohne eigene Anschauung oder konkretes Manipulieren möglich ist. Gesetzmäßigkeiten bei Zahlenfolgen werden bei Zahlenmaterial im curricularen Umfang erkannt und begründet bzw. kommuniziert. Zahlen werden in einer Stellentafel gezielt manipuliert, und das Ergebnis wird sinnvoll interpretiert. Proportionale Zuordnungen werden erkannt und interpretiert. In einfachen Sachsituationen werden funktionale Beziehungen erkannt und interpretiert, sowie insbesondere proportionale Zuordnungen zur Modellierung und Lösung von Problemen genutzt.

Stufe IV: Sicheres und flexibles Anwenden von begrifflichem Wissen und Prozeduren im curricularen Umfang

Komplexe Muster können analysiert und zeichnerisch oder numerisch fortgesetzt werden. Dabei werden insbesondere Gesetzmäßigkeiten auch dann erkannt und begründet, wenn Zahlenfolgen nicht durch die Addition einer bestimmten Zahl oder die Multiplikation mit einem bestimmten Faktor erzeugt wurden bzw. wenn die Glieder nicht in Form von Zahlen, sondern in Form von Rechentermen gegeben sind. Zusammenhänge zwischen verschiedenen Darstellungen (z. B. bildliche bzw. numerische Darstellung) werden auch bei schwierigeren Folgen oder Mustern gesehen. Zahldarstellungen in Stellenwerttafeln können auch bei sehr großen Zahlen nach Vorschrift selbstständig und systematisch verändert werden. Proportionale Zuordnungen werden zur Modellierung und Lösung komplexer Sachaufgaben genutzt.

Stufe V: Modellierung komplexer Probleme unter selbstständiger Entwicklung geeigneter Strategien

Der Umgang auch mit schwierigen Zahlenfolgen (z. B. unter Verwendung von Quadratzahlen oder mehreren Rechenarten) ist sicher. Gesetzmäßigkeiten werden auch erkannt, wenn verschiedene Operationen verknüpft werden müssen, und können begründet werden. Arithmetische Muster werden nach gegebenen Kriterien konstruiert, wobei eigenständig Lösungsstrategien entwickelt werden. Proportionale Zuordnungen können im Zusammenhang mit einfachen Bruchzahlen und Dezimalbrüchen angewendet und in Sachsituationen auch unter Verwendung von tabellarischen Darstellungen interpretiert werden. Auch ungewohnte funktionale Zusammenhänge werden in Sachsituationen modelliert, analysiert und genutzt.